

УДК 539.375

© 2000 г. Р.В. ГОЛЬДШТЕЙН, Ю.В. ЖИТНИКОВ, И.В. КАДОЧНИКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

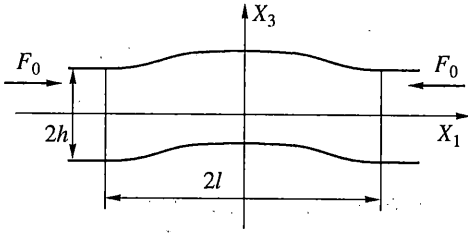
Работа посвящена моделированию процессов деформирования и разрушения, локализованных и развивающихся на некотором участке поверхности элемента конструкции или материала. Возможная локализация процессов деформирования и разрушения именно на данном участке может быть связана либо с повышенными локальными термомеханическими воздействиями, либо с локальной поврежденностью данного участка. Подобная постановка задачи возникает при воздействии на материал лазерного излучения [1], прочностном расчете элементов конструкции в местах утонения, связанных, например, с коррозионным износом [2, 3] или при технологическом процессе обработки поверхности пластин [4].

В данной работе предлагается модель деформирования и разрушения материала при локальном термомеханическом воздействии на участке поверхности пластины в предположении, что характерная длина деформированного участка много больше его толщины. Тепловое воздействие на участок поверхности обусловлено скачком температуры на одной стороне поверхности при теплоизолированности другой. Механическое воздействие связано с приложением напряжений к одной из сторон деформируемого участка поверхности.

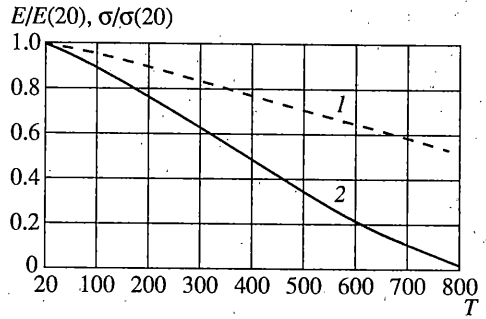
Расчет напряженно-деформированного состояния нагретого участка производится с учетом геометрически и физически нелинейных эффектов. Геометрическая нелинейность связана с учетом изгибающего момента от продольных напряжений. Физическая нелинейность обусловлена учетом зависимости упругих модулей от температуры. В этом случае нагретый участок пластины по толщине эффективно становится неоднородным. Для расчета напряженно-деформированного состояния неоднородной пластины используется метод развитый в [5]. В качестве критерия предельного состояния используется критерий достижения продольными напряжениями временной прочности на отрыв с учетом зависимости ее от температуры.

Показано, что возможно разрушение двух типов: прорыв в центре нагретого участка пластины или на его краях. Для этих типов разрушения рассчитаны зависимости критического давления от температуры и времени нагрева, геометрических размеров деформируемого участка и физических параметров материала.

1. Постановка задачи. Рассмотрим деформацию пластины длины $2l$ и толщиной $H = 2h$ с жестким защемлением по краям в системе координат $X_1X_2X_3$ (ось X_3 – нормаль на плоскости пластины, ось X_1 – направлена вдоль пластины) под действием давления P и однородного вдоль пластины температурного "скачка" ΔT_0 при $x_3 = -H/2$ или $x_3 = H/2$ (фиг. 1). Данная постановка моделирует локальное термомеханическое воздействие на участке поверхности материала или конструкции, приводящее к повышенным локализованным на данном участке деформациям, а при критических значениях нагрузки и к разрушению.



Фиг. 1



Фиг. 2

Краевая задача, соответствующая одномерной нестационарной теплопроводности и деформации пластины, имеет вид

$$\begin{aligned}
 T(x_1, 0) &= T_0, \quad \Delta T(+h, t) = \Delta T_0, \quad q(-h, t) = 0 \\
 T(x_1, 0) &= T_0, \quad \Delta T(-h, t) = \Delta T_0, \quad q(+h, t) = 0 \\
 \sigma_{33}(x_1, -h, t) &= P, \quad \sigma_{33}(x_1, h, t) = 0, \quad \sigma_{31}(x_1, \pm h, t) = 0, \\
 u_i(\pm l, x_3, t) &= 0, \quad |x_1| \leq l, \quad |x_3| \leq h
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где $\Delta T(x_3, t)$ – изменение температуры пластины в процессе прогрева, $q(x_3, t)$ – тепловой поток вдоль оси x_3 , $\sigma_{ik}(x_1, x_3, t)$ – компоненты тензора напряжений, $u_i(x_1, x_3, t)$ – компоненты вектора смещений, t – время, отсчитываемое от начала нагрева пластины, P – механическая нагрузка (давление) на нижнюю поверхность пластины.

В уравнениях (1.1) постановка задачи теплопроводности соответствует двум случаям температурного воздействия: на верхнюю или нижнюю часть поверхности пластины при условии теплоизоляции противоположной части.

Деформация пластины рассматривается при следующих предположениях: выполняется соотношение $l \geq h$, материал пластины деформируется упруго и учитывается зависимость модуля Юнга от температуры. Верхний край пластины не нагружен. Вследствие краевого условия "жесткой" заделки при деформировании пластины на ее краях $x_1 = \pm l$ возникают продольная сила F и момент M .

Таким образом, на изменение напряженно-деформированного состояния пластины будут влиять ее прогрев на $\Delta T = \Delta T(x_3, t)$ и зависимость модуля Юнга от температуры $E(T)$. Характерный вид температурной зависимости модуля Юнга для термостойких материалов (например, циркониевых сплавов [6]) представлен на фиг. 2 (кривая 1). Учет температурной зависимости модуля Юнга приводит к его неоднородному распределению по толщине пластины в процессе нестационарного нагрева.

При нагружении пластины в отдельных ее местах может быть достигнуто предельное состояние. Предельное состояние материала определим из условия достижения растягивающими продольными напряжениями временными прочностями с учетом ее температурной зависимости $\sigma_B(T)$. Характерный вид температурной зависимости $\sigma_B(T)$, используемой для определения предельного состояния представлен на фиг. 2 (кривая 2): значения $E(T)$, $\sigma_B(T)$ на фиг. 2 отнесены соответственно к $E(20)$ и $\sigma_B(20)$, взятым при $T = 20^\circ\text{C}$.

Таким образом, деформация пластины, обусловлена давлением P , продольной силой F и моментом M , возникающими на ее краях и наведенной неоднородностью по толщине. Достижение в какой-либо точке пластины предельного состояния определяется следующими конкурирующими факторами. С одной стороны нагрев пластины приводит к ее температурному расширению и, в условиях защемления, к про-

дольным сжимающим нагрузкам и, как следствие, к "упрочнению" с точки зрения достижения растягивающими напряжениями временного сопротивления. С другой стороны, происходит уменьшение величин упругих модулей и временного сопротивления, а также увеличение изгибающего момента от продольной сжимающей силы приводит к увеличению величины растягивающих напряжений, и, как следствие, к возможности достижения временного сопротивления при более низком давлении. Конкуренция этих двух факторов и определяет место достижения предельного состояния в пределах пластины и величину критического давления.

2. Модель расчета напряженно-деформированного состояния пластины при термомеханическом воздействии. Рассмотрим модель расчета напряженно-деформированного состояния пластины и определения критических значений давления и повышения температуры, при которых может быть достигнуто предельное состояние.

Предполагая, что $\epsilon_{11} = \epsilon_{11}(x_1, x_3, t) = e + x_3\chi$, а $\sigma_{11} = \sigma_{11}(x_1, x_3, t)$ получим [5]:

$$S = Ce + K\chi - F_0, \quad M = Ke + D\chi - M_0 \quad (2.1)$$

$$F_0 = \alpha \int_{-H/2}^{H/2} E(x_3, t)T(x_3, t)dx_3, \quad M_0 = \alpha \int_{-H/2}^{H/2} E(x_3, t)T(x_3, t)x_3dx_3$$

$$C = \int_{-H/2}^{H/2} E(x_3, t)dx_3, \quad K = \int_{-H/2}^{H/2} E(x_3, t)x_3dx_3 \quad (2.2)$$

$$D = \int_{-H/2}^{H/2} E(x_3, t)x_3^2dx_3, \quad e = \frac{dU}{dx_1}, \quad \chi = \frac{d^2w}{dx_1^2}$$

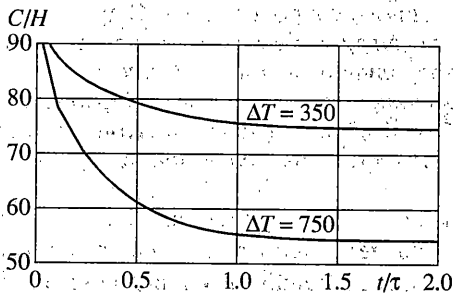
где e – средняя продольная деформация, w – прогиб пластины, U – среднее смещение вдоль пластины, α – коэффициент линейного расширения, S – средняя продольная сила, M_0 – изгибающий момент, F_0 – реакция на краю пластины (опоре) вследствие теплового расширения, ϵ_{ik} – компоненты тензора деформации.

Таким образом, изменение деформации пластины при нагреве определяется коэффициентами C , K , D и F_0 , M_0 . Рассчитаем изменение C , K , D в процессе нагрева с учетом зависимости модуля Юнга от температуры. Для этого рассчитаем изменение температуры пластины в соответствии с краевыми задачами (1.1) и вычислим по формулам (2.2) изменение C , K , D в процессе нагрева.

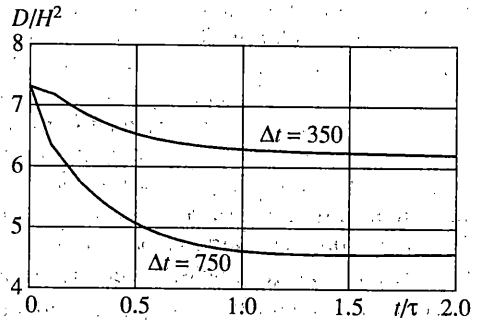
Изменение температуры пластины описывается одномерным уравнением теплопроводности при краевых условиях (1.1) [7]. Вводя безразмерные переменные в одномерное уравнение теплопроводности и используя его конечно-разностную аппроксимацию и метод прогонки для нахождения численного решения [7], получим изменение температуры по толщине пластины и во времени $\Delta T = \Delta T(x_3/H, t/\tau)$, где $\tau = H^2/\chi$, χ – коэффициент температуропроводности. Для нахождения изменения распределения температуры по толщине пластины при различных ее тепловых и геометрических параметрах была разработана соответствующая компьютерная программа, результаты которой в дальнейшем использовались при расчете деформации пластины.

Предполагая, что нагрев происходит от комнатной температуры и используя численное решение для $\Delta T = \Delta T(x_3/H, t/\tau)$, вычисляем изменение коэффициентов C , K , D в (2.2) в зависимости от безразмерного времени t/τ .

На фиг. 3, 4 представлены соответственно зависимости коэффициентов C/H , D/H^2 [ГПа] от температуры (расчеты выполнены для значения $E(T) = 95$ ГПа при $T_0 = 20^\circ\text{C}$). Полученные зависимости определяют изменение "среднего" модуля Юнга и изгибной "жесткости" пластины при ее нагреве. Проведенные вычисления также показывают, что коэффициент K отличен от нуля только при неоднородном распределении модуля Юнга по толщине пластины и значительно меньше остальных сла-



Фиг. 3



Фиг. 4

гаемых в уравнении (2.1). Максимальное значение коэффициента K достигается при $t/\tau = 0,1$ и составляет 0,4 ГПа. Следовательно, взаимным влиянием продольных деформаций и деформаций от изгиба в уравнении (2.1) можно пренебречь, т.е. положить $K = 0$.

В рамках геометрически линейной теории при жестком защемлении краев пластины, т.е. неподвижности опор, средняя продольная деформация отсутствует $e = 0$. С учетом $K = 0$ и $e = 0$ имеем в линейном приближении $S = -F_0$.

Однако при изгибе пластины ее длина увеличивается, что с учетом геометрически нелинейных эффектов приводит к изменению значения реакции на опоре F_0 и соответственно продольных деформаций. В этом случае значение реакции на опоре F определим из условия, что опоры пластины $x_1 = \pm l$ не смещаются, а длина проекции изогнутой, криволинейной пластины равна $2l$. В итоге получим уравнение для определения продольной силы на опоре F

$$\frac{2l(F_0 - F)}{E(t/\tau)} = \frac{1}{2} \int_{-l}^l w'^2 dx_1 \quad (2.3)$$

где $E(t/\tau) = C(t/\tau)/H$, зависимость $C(t/\tau)$ представлена на фиг. 3; F – сила, действующая на опоре $x_1 = \pm l$ ($F \geq 0$ – сжатие) на единицу длины в сечении x_3x_2 .

В выражении для изгибающего момента M учтем вклад продольной силы F . В этом случае, с учетом выражения (2.1), получим в сечении с координатой x_1 уравнение продольно-поперечного изгиба пластины

$$D\left(\frac{t}{\tau}\right) \frac{d^2 w}{dx_1^2} = -F\left(\frac{t}{\tau}\right) w + \frac{P(x_1^2 - l^2)}{2} + M\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad (2.4)$$

где $M(t/\tau)$ – изгибающий момент на опоре $x_1 = \pm l$, приходящийся на единицу длины сечения x_3x_2 ; $D(t/\tau)$ – изгибная жесткость (зависимость $D(t/\tau)/H^2$ от времени прогрева до выхода на стационарное распределение температуры представлена на фиг. 4). Отметим, что при вычислении деформации пластины продольная сила, момент на опоре, средний модуль Юнга и изгибная жесткость зависят от времени прогрева.

Краевые условия, с учетом жесткого защемления краев пластины, имеют вид

$$w|_{x_1=\pm l} = 0, \quad dw/dx_1|_{x_1=\pm l} = 0 \quad (2.5)$$

Запишем теперь условие достижения предельного состояния пластины. Будем предполагать, что предельное состояние пластины достигнуто, когда хотя бы в одной точке продольные растягивающие напряжения становятся равными значению временного сопротивления

$$\max \sigma_{11}(x_1, x_3, t/\tau) = \sigma_B, \quad |x_1| < l, \quad 0 < x_3 < h \quad (2.6)$$

Таким образом, для определения параметров достижения предельного состояния необходимо решать в самосогласованной постановке уравнение нестационарной теплопроводности и нелинейной деформации пластины с учетом зависимости от времени прогрева и условия (2.6). Решая совместно уравнения (2.3), (2.4) с учетом зависимостей (2.2) и краевых условий (2.5), а затем подставляя в (2.6), найдем критические значения увеличения температуры ΔT и давления при заданных параметрах $l, h, \sigma_B, E, \alpha$.

3. Анализ возможных режимов разрушения. Решение задачи (2.3), (2.4) при краевых условиях (2.5) зависит от знака силы F реакции на "опоре", т.е. на краю пластины: $F > 0$ – сжимающая нагрузка, $F < 0$ – растяжение. Знак силы F определяется двумя факторами: температурным расширением пластины и увеличением ее длины при изгибе. Получим и проанализируем решение в этих двух случаях.

Случай $F > 0$ – сжатие. Этот случай соответствует доминированию температурного расширения над продольно-поперечным изгибом. Решение уравнений (2.3), (2.4) с учетом (2.5) в этом случае имеет вид

$$w = -\frac{Pl}{KF} \frac{\cos Kx_1}{\sin Kl} + \frac{P}{2F}(x_1^2 - l^2) - \frac{Pl}{KF} \operatorname{ctg} Kl \quad (3.1)$$

$$M = -\frac{Pl}{K} \operatorname{ctg} Kl + \frac{JPE}{F}, \quad K^2 = \frac{F}{JE} \quad (3.2)$$

Распределение продольных напряжений в пластине определится из выражения

$$\sigma_{11}^M(x_1, x_3) = Ew''(x_1)x_3, \quad \sigma_{11}^l = -F/h, \quad \sigma_{11} = \sigma_{11}^M + \sigma_{11}^l$$

$$\sigma_{11}(x_1, x_3) = Ex_3 \left(-\frac{Pkl}{F} \frac{\cos Kx_1}{\sin kl} + \frac{P}{F} \right) - \frac{F}{h}, \quad E = \frac{C}{H}$$

Напряжение $\sigma_{11}(x_1, x_3)$ достигает максимума при $x_3 = h, x_1 = 0$ и $x_3 = -h, x_1 = \pm l$. Следовательно, имеем с учетом $\sigma_{11} = 1/2 MH/J, J = H^3/12$:

$$\sigma_{11}^{\max} = -Eh \frac{P}{F} (1 - Kl \operatorname{ctg} Kl) - \frac{F}{h}, \quad x_3 = -h, \quad x_1 = \pm l \quad (3.3)$$

$$\sigma_{11}^{\max} = Eh \frac{P}{F} (1 - Kl \sin Kl) - \frac{F}{h}, \quad x_3 = h, \quad x_1 = 0$$

Таким образом, в случае сжатия $F > 0$, предельное состояние может достигаться либо на краю пластины, либо в ее середине.

Из условия (2.3) с подстановкой (3.1) определим уравнение для реакции на опоре F :

$$1/2 P^2 l^2 f(y) / F^2 = 2(F_0 - F)l / (Eh) \quad (3.4)$$

$$F = F_0 - EP^2 l^2 f(y) / (4F^2 h^2), \quad y = Kl$$

$$f(y) = (1/2(1 + 3 \sin 2y) / y - 4 \sin^2 y / y^2 + 2/3 \sin^2 1/3 y) \sin^2 y$$

Для определения неизвестных F и P (при заданном ΔT) необходимо еще воспользоваться уравнением, определяющим предельное состояние (2.6).

Подстановкой выражения для напряжений (3.3) в (2.6) приходим к уравнениям

$$l^2 P \left(\frac{\operatorname{ctg} y}{y} - \frac{1}{y^2} \right) \frac{h}{2J} = \sigma_B + \frac{F}{h}, \quad x_3 = -h, \quad x_1 = \pm l \quad (3.5)$$

$$\frac{l^2 P}{y} \left(\frac{1}{\sin y} - \frac{1}{y} \right) \frac{h}{2J} = \sigma_B + \frac{F}{h}, \quad x_3 = h, \quad x_1 = 0$$

Таким образом, для определения критических значений параметров P , ΔT надо решить систему (3.4), (3.5).

Отметим, что в случае $P \rightarrow 0$ решение совпадает с полученным в [8].

Для решения системы (3.4), (3.5) удобно перейти к одному нелинейному уравнению. Для этого выразим давление P в (3.5) через y :

$$P = \frac{(y_*^2 + y^2)y^2}{(ys / \sin y - 1)} \frac{2Y^2 E}{l^4 h^2} \quad (3.6)$$

где $s = \cos y$ при $x_3 = -h$, $x_1 = \pm l$; $s = 1$ при $x_3 = h$, $x_1 = 0$; $y_* = Kkl_s^2 = h\sigma_B / D$.

Тогда, подставляя (3.6) в (3.4) получим нелинейное уравнение для определения y :

$$F_1(y) = F_2(y) \quad (3.7)$$

$$F_1(y) = (y_0^2 - y^2)/(y_*^2 + y^2)^2$$

$$F_2(y) = f(y)/(12(ys / \sin y - 1)^2), \quad y_0 = K_0 l, \quad K_0 = F_0 / YE$$

где $s = \cos y$ при $x_3 = -h$, $x_1 = \pm l$; $s = 1$ при $x_3 = h$, $x_1 = 0$.

Таким образом, задача об определении критического давления P при условии, что на краю пластины $F > 0$ (сжатие), свелась к решению нелинейного алгебраического уравнения (3.7) в зависимости от времени нестационарного прогресса. Решая численно при заданных параметрах уравнение (3.7) находим y , а затем по (3.6) при найденном y вычислим критическое давление P при заданных H , l , $\sigma_B(T)$, $C(T)$, $D(T)$ ΔT и выберем в соответствии с условием (2.6) минимальное его значение.

Рассмотрим теперь случай растяжения $F < 0$.

Случай $F < 0$ – растяжение. Этот случай соответствует достаточно "мягкому" материалу, в котором изгиб пластины доминирует над температурным расширением. Тогда решение задачи (2.3), (2.4) с учетом (2.5) имеет вид

$$w = -\frac{Pl}{K|F|} \frac{\operatorname{ch} Kx_1}{\operatorname{sh} Kl} + \frac{P}{2|F|} (x_1^2 - l^2) - \frac{Pl}{K|F|} \operatorname{cth} Kl \quad (3.8)$$

$$M = -\frac{Pl}{K} \operatorname{cth} Kl + \frac{PD}{|F|}, \quad K^2 = \frac{|F|}{D} \quad (3.9)$$

где ch , sh , cth – гиперболические, соответственно, косинус, синус и котангенс.

Распределение напряжений в пластине в этом случае с учетом $\sigma_{11} = \frac{1}{2} MH / J$, $J = H^3 / 12$ и (3.8), (3.9) определится из выражения

$$\sigma_{11}^M(x_1, x_3) = Ew''(x_1)x_3, \quad \sigma_{11}^I = |F| / h, \quad \sigma_{11} = \sigma_{11}^M + \sigma_{11}^I$$

$$\sigma_{11}(x_1, x_3) = Ex_3 \left(-\frac{PKl}{|F|} \frac{\operatorname{ch} Kx_1}{\operatorname{sh} Kl} + \frac{P}{|F|} \right) + \frac{|F|}{h}$$

Из этого выражения следует, что напряжение $\sigma_{11}(x_1, x_3)$ достигает максимума при $x_3 = h$, $x_1 = 0$ и $x_3 = -h$, $x_1 = \pm l$:

$$\sigma_{11}^{\max} = -\frac{Ph}{|F|} \left(1 - \frac{Klr}{\operatorname{sh} Kl} \right) + \frac{|F|}{h} \quad (3.10)$$

где $r = \operatorname{sh} y$ при $x_3 = -h$, $x_1 = \pm l$; $r = 1$ при $x_3 = h$, $x_1 = 0$.

Таким образом, в случае $F < 0$ (растяжение), так же как и в предыдущем случае, предельное состояние может достигаться либо на краю пластины, либо в ее середине.

Из условия (2.3) с подстановкой (3.8) определим уравнение для реакции на опоре F :

$$\frac{1}{2} P^2 l^2 f(y) / F^2 = 2(F_0 - |F|) l / (Eh) \quad (3.11)$$

$$F = F_0 - EP^2 l^2 f(y) / (4F^2 h^2), \quad y = Kl$$

$$f(y) = (-1 - \frac{3}{2} \text{sh} 2y / y + 4 \text{sh}^2 y / y^2 + \frac{2}{3} \text{sh}^2 y) \text{sh}^2 y$$

Для отыскания неизвестных F и P (при заданном ΔT) в уравнении (3.11) используем уравнение (2.6), определяющее предельное состояние. Подстановкой выражения для напряжений (3.10) в (2.6) приходим к уравнениям

$$l^2 P \left(-\frac{r}{y \text{sh} y} + \frac{1}{y^2} \right) \frac{h}{2J} = \sigma_B - \frac{|F|}{h} \quad (3.12)$$

где $r = \text{ch} y$ при $x_3 = -h, x_1 = \pm l$; $r = 1$ при $x_3 = h, x_1 = 0$.

Таким образом, для определения критических значений параметров $P, \Delta T$ надо решить систему (3.11), (3.12).

Для решения системы (3.11), (3.12), удобно перейти к одному нелинейному уравнению. Для этого выразим давление P в (3.12) через y :

$$P = \frac{(y_*^2 + y^2) y^2}{(yr / \text{ch} y - 1)} \frac{2Y^2 E}{l^4 h^2} \quad (3.13)$$

где $r = \text{ch} y$ при $x_3 = -h, x_1 = \pm l$; $r = 1$ при $x_3 = h, x_1 = 0$; $y_* = KK_*^2 = h\sigma_B / D$.

Тогда, подставляя (3.13) в (3.11), получим нелинейное уравнение для определения y :

$$F_1(y) = F_2(y) \quad (3.14)$$

$$F_1(y) = (y_0^2 - y^2) / (y_*^2 - y^2)^2 JC / D$$

$$F_2(y) = f(y) / (12(yr(\text{ch} y - 1))^2), \quad y_0 = K_0 l, \quad K_0^2 = F_0 / D$$

где $r = \text{ch} y$ при $x_3 = -h, x_1 = \pm l$; $r = 1$ при $x_3 = h, x_1 = 0$.

Уравнение (3.14) для случая, когда на краю пластины $F < 0$ (растяжение), решалось численно в процессе нестационарного прогресса, а затем по (3.13) определялись P при заданных $H, l, \sigma_B(T), C(T), D(T), \Delta T$ и выбиралось в соответствии с условием (2.6) минимальное его значение.

Для численного решения уравнений (3.7) и (3.14) их необходимо дополнить асимптотическим анализом вблизи значений силы (реакции на краю пластины) $F \sim 0$ и при изменении ее значений от растяжения к сжатию.

Случай $F \sim 0$ – асимптотика при переходе от растяжения к сжатию. В этом случае $y \sim 0$ и в правых частях уравнений (3.7) и (3.14) возникает неопределенность типа $0/0$. Для того, чтобы решить эти уравнения, необходимо выписать соответствующее асимптотическое выражение функций $f(y)$ и $F_2(y)$ в окрестности $y = 0$. В результате получим

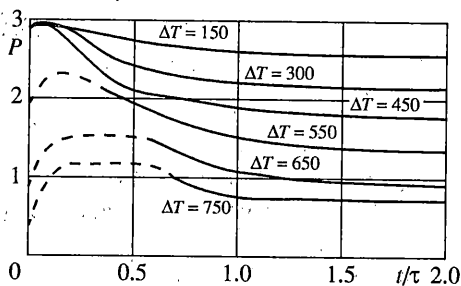
$$f_0(y) = 4/945 \mp 8y^2 / 14175, \quad f(y) = f_0(y) y^6 \quad (3.15)$$

$$F_2(y) = f_0(y) (1 \mp y^2 / 3 + 2y^4 / 45) / (12(m \pm 1/6 - y^2 / 120)^2)$$

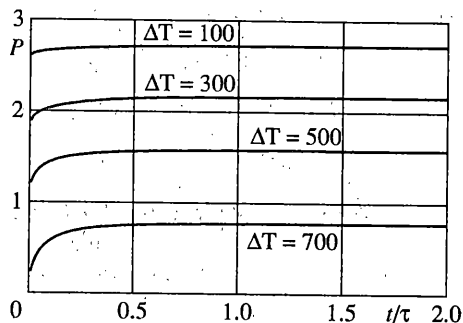
$$F_1(y) = (y_0^2 - y^2) / (y_*^2 - y^2)^2 JC / D, \quad |y| \leq 0,1$$

где (\pm) соответствует случаям $F > 0$ (сжатие) и $F < 0$ (растяжение), соответственно; $m = -1/4 + y^2/24$ при $x_3 = -h, x_1 = \pm l$; $m = 0$ при $x_3 = h, x_1 = 0$.

Таким образом, краевые задачи (1.1) о термомеханическом воздействии сводятся к решению алгебраических уравнений при заданных термомеханических характеристиках



Фиг. 5



Фиг. 6

тиках материала и температурном распределении. Для того, чтобы определить критическое давление P при термомеханическом воздействии необходимо самосогласованно в процессе температурного воздействия решать задачу теплопроводности, вычислять изменение упругих характеристик материала, а затем, используя полученные выше уравнения для P , вычислять критическое давление.

Ниже подобная задача была численно реализована для двух случаев температурного воздействия: с внешней или внутренней поверхностей пластины.

4. Результаты расчетов. В соответствии с системой уравнений (3.6), (3.7) и (3.13), (3.14) и асимптотики (3.15) были проведены расчеты для получения зависимости критического давления от температуры $P(T)$. В процессе вычислений решение находилось в зависимости от знака силы F на краю пластины по уравнениям (3.13), (3.14) (при растяжении, $F < 0$) или (3.6), (3.7) (при сжатии, $F > 0$).

При расчете использовались следующие параметры: $\alpha = 5 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$, $E_0 = 95 \text{ ГПа}$ и $\sigma_B = 588 \text{ МПа}$ при $T = 20^\circ\text{C}$, $h = 0.01 \text{ м}$, L варьировалось от 0.05 до 0.15 м, а также температурные зависимости модуля Юнга и временной прочности от температуры (фиг. 2), "среднего" модуля Юнга (фиг. 3) и коэффициента изгибной жесткости (фиг. 4).

Первая серия расчетов была проведена для температурного воздействия на верхнюю поверхность пластины при условии теплоизолированности ее противоположенной части в соответствии с первым краевым условием в (1.1). Результаты этих расчетов представлены на фиг. 5 (штриховые кривые соответствуют достижению предельного состояния в центре пластины, а сплошные – на ее краю).

Из полученных зависимостей видно, что при нагреве до 550°C предельное состояние достигается только на краю пластины со стороны внутренней поверхности и при малых временах нагрева тепловое расширение пластины и обусловленные им сжимающие продольные усилия препятствуют достижению предельного состояния. При больших временах прогрева существенное влияние начинает оказывать фактор зависимости модуля Юнга и временного сопротивления от температуры.

При нагреве свыше 550°C предельное состояние достигается в центре пластины при начальных временах нестационарного прогрева (фиг. 5). Возникновение этого типа предельного состояния связано с определяющим влиянием фактора зависимости временного сопротивления от температуры, а при больших временах прогрева и зависимостью модуля Юнга от температуры.

Вторая серия расчетов была проведена для температурного воздействия на нижнюю поверхность пластины при условии теплоизолированности ее противоположенной части в соответствии со вторым краевым условием в (1.1). Результаты этих расчетов представлены на фиг. 6.

Из полученных зависимостей видно, что предельное состояние достигается только на краю пластины со стороны внутренней поверхности вне зависимости от времен

прогрева и температурного скачка. При этом все факторы, влияющие на достижение предельного состояния, действуют со стороны внутренней поверхности и как следствие этого критическое давление ниже, чем в предыдущем случае.

Таким образом, в работе показано, что возможное разрушение имеет двухмодовый характер: одна мода связана с возможным прорывом в центре пластины, а другая – от края пластины. Характер разрушения может существенно влиять на анализ возможной аварийной ситуации при наличии поврежденного участка конструкции: течь перед разрушением (прорыв в центре пластины) или аварийный, внезапный прорыв (разрушение от края пластины).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 99-01-00927).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шестириков С.А.* Структура и прочность материалов при лазерных воздействиях. М.: Изд-во МГУ, 1988. 223 с.
2. *Зайнулин Р.С., Гумеров А.Г., Морозов Е.М., Галюк В.Х.* Гидравлические испытания действующих нефтепроводов. М.: Недра, 1990. 221 с.
3. *Kiefner J.F., Vieth P.H.* New method corrects criterion for evaluating the remaining strength of corroded pipe // Oil and Gas Journal. 1990. V. 88. № 32. P. 56–59.
4. *Березин А.С., Мочалкина О.Р.* Технология и конструирование интегральных микросхем. М.: Радио и связь, 1989. 232 с.
5. *Хорошун Л.П., Козлов С.В., Иванов Ю.В., Кошевой И.К.* Обобщенная теория неоднородных по толщине пластин и оболочек. Киев: Наук. думка, 1988. 151 с.
6. *Займовская А.С., Никулина А.В., Решетникова К.Г.* Цирконевые сплавы в атомной технике. М.: Энергоиздат, 1981.
7. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
8. *Слепян Л.И.* Механика трещин. Л.: Судостроение, 1981. 296 с.

Москва

Поступила в редакцию
9.08.2000