

УДК 531.8

© 1996 г. А. Д. БЕЛЕНЬКИЙ, В. Н. ВАСИЛЬЕВ

УПРАВЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНО ИЗБЫТОЧНОЙ СИСТЕМОЙ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ-МАХОВИКОВ

В состав маховичных систем ориентации обычно входят три электродвигателя-маховика (ЭДМ), оси вращения которых параллельны трем осям космического аппарата (КА) [1]. Летные испытания показали высокую надежность таких систем.

В настоящее время ставится задача повышения ресурса КА и их систем до 7—10 лет. Повышение ресурса маховичных систем может быть достигнуто за счет совершенствования ЭДМ, а также структурными методами. Во втором случае предполагается установка на борту дополнительного числа ЭДМ. Выбор рациональной схемы установки ЭДМ на КА и распределение функций управления между отдельными исполнительными органами позволяют снизить интенсивность работы каждого ЭДМ, что способствует повышению ресурса всей электромеханической системы [2]. Поскольку установка дополнительного числа ЭДМ вызывает увеличение массы электромеханической системы, целесообразно строить перспективные системы ориентации по принципу минимальной избыточности.

В работе рассматривается маховичная система ориентации, в состав которой входят четыре ЭДМ. Исследуются вопросы, связанные с установкой ЭДМ на КА и разработкой оптимальных алгоритмов управления ЭДМ.

1. Ресурс ЭДМ как электромеханического устройства определяется в основном износом подшипниковых узлов. Степень износа вращающихся частей зависит от числа оборотов маховика. При прочих равных условиях наибольшему износу подвергается ЭДМ, аккумулирующий наибольший кинетический момент. Ресурс маховичной системы, состоящей из трех ЭДМ, определяется ресурсом наиболее нагруженного ЭДМ. Чтобы повысить ресурс маховичной системы и минимизировать ее энергопотребление, желательно равномерно распределить между отдельными исполнительными органами общий кинетический момент системы. В системе с тремя ЭДМ такое распределение невозможно.

Введение избыточности в структуру исполнительных органов КА может преследовать различные цели. В гиросиловых системах ориентации эта мера является вынужденной. Введение избыточности в систему силовых гироскопов позволяет избежать особых состояний в расположении роторов и по возможности полно реализовать область S изменения вектора кинетического момента гиросиловой системы [3—5]. В маховичных системах особые состояния внутри области S не возникают. Введение избыточности в маховичную систему позволяет регулировать кинетические моменты отдельных исполнительных органов, не изменяя общий кинетический момент системы, что способствует повышению ресурса ЭДМ и маховичной системы в целом.

2. Рассмотрим минимально избыточную маховичную систему, в состав которой входят четыре одинаковые ЭДМ с максимальным кинетическим моментом H^* . Первая проблема, возникающая при проектировании избыточной маховичной системы, связана с выбором схемы установки ЭДМ на КА.

Пусть Ox_{iuz} — связанная система координат, относительно которой определяется схема установки ЭДМ. Обозначим через h_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — единичный вектор, параллельный оси вращения i -го ЭДМ. За начало всех векторов h_i

выберем точку O . Совокупность векторов h_i определяет схему установки ЭДМ на КА. Положение вектора h_i в системе координат $Oxuz$ может быть задано тремя направляющими косинусами h_{xi}, h_{yi}, h_{zi} или двумя углами α_i, β_i , которые вводятся следующим образом. Пусть вначале все векторы h_i совпадают с направлением оси x . Вектор h_i можно перевести в новое положение двумя поворотами. Первый поворот на угол α_i осуществляется вокруг оси z , второй поворот на угол β_i производится вокруг оси x . Направляющие косинусы и углы α_i, β_i связаны соотношениями

$$h_{xi} = \cos \alpha_i, \quad h_{yi} = \sin \alpha_i \cos \beta_i, \quad h_{zi} = \sin \alpha_i \sin \beta_i \quad (2.1)$$

Проекции вектора кинетического момента ЭДМ $H_i = H_i h_i$ на оси $Oxuz$ составляют

$$H_{xi} = H_i \cos \alpha_i, \quad H_{yi} = H_i \sin \alpha_i \cos \beta_i, \quad H_{zi} = H_i \sin \alpha_i \sin \beta_i \quad (2.2)$$

где кинетический момент ЭДМ H_i считается положительным, если направления векторов h_i и H_i совпадают, и отрицательным, если они противоположны.

В результате изменения всех векторов H_i в диапазоне $-H^* \leq H_i \leq H^*$ образуется область S изменения вектора кинетического момента маховичной системы, под которой понимается геометрическое место возможных положений вектора

$$H = \sum_{i=1}^4 H_i = \sum_{i=1}^4 H_i h_i$$

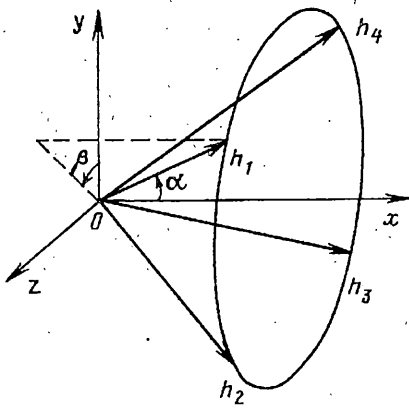
Форма области S зависит от схемы установки ЭДМ, а ее размеры пропорциональны максимальному кинетическому моменту ЭДМ. Размеры и форма требуемой области S^* определяются тактико-техническими требованиями к динамике стабилизации и поворотов КА. Выбором схемы установки и максимального кинетического момента ЭДМ должно обеспечиваться условие $S^* \in S$.

Повышению ресурса маховичной системы способствует равномерное распределение общего кинетического момента между отдельными ЭДМ. Если все направления изменения кинетического момента системы равновероятны, то искомое распределение кинетического момента между ЭДМ обеспечивает равномерная установка векторов h_i внутри телесного угла, равного 2π . Аналогичная установка векторов h_i требуется для реализации области S , наиболее близкой по форме к сфере. В этом случае векторы h_i должны быть равномерно распределены и сориентированы по правильной круговой конической поверхности или боковым ребрам правильной многогранной пирамиды с вершиной в точке O [2]. Если ось конической поверхности совместить с осью x , то установочные углы α_i всех векторов h_i окажутся одинаковыми и равными углу α между образующей конуса и осью x . Установочные углы β_i отличаются друг от друга на угол $\pi/2$, т. е. $\beta_{i+1} = \beta_i + \pi/2$, $\beta_1 = \beta < \pi/2$.

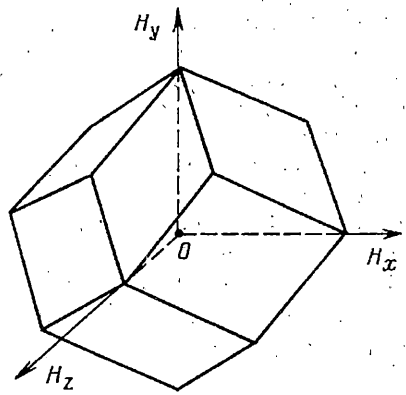
Дополним систему векторов h_i векторами $h_i^* = -h_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$). Векторы h_1, h_2^*, h_3^*, h_4 располагаются вокруг оси y , а векторы h_1, h_2, h_3^*, h_4^* вокруг оси z на правильных конических поверхностях. Углы между образующими конусов и осями y и z равны $\pi - \alpha$. С учетом симметрии в расположении установочных векторов максимальные значения кинетических моментов, создаваемые маховичной системой по осям $Oxuz$, составят

$$H_x^* = 4H^* \cos \alpha, \quad H_y^* = H_z^* = 4H^* \sin \alpha (\sin \beta + \cos \beta)$$

Установочные углы $\alpha = \operatorname{arctg} \sqrt{2}$ и $\beta = \pi/4$ обеспечивают равенство максимальных



Фиг. 1



Фиг. 2

кинетических моментов $((4\sqrt{3}/3)H^*)$ по трем осям $Oxuz$. Схема установки четырех ЭДМ на КА изображена на фиг. 1.

3. Область S минимально избыточной маховичной системы представляет собой ромбододекаэдр-12-гранник, имеющий 14 вершин, 24 ребра, осевую и центральную симметрию (фиг. 2). Его гранями являются одинаковые ромбы с длиной сторон $2H^*$ и углами при вершинах α и $\pi - \alpha$. Сечение области S координатными плоскостями имеет вид квадрата с длиной сторон $4H^* \sqrt{2/3}$, при этом вершины квадрата расположены на осях координат. Радиус описанной сферы составляет $R = (4\sqrt{3}/3)H^* \approx 2,31H^*$, а радиус вписанной сферы равен $r = (2\sqrt{2/3})H^* \approx 1,63H^*$. Поверхность области S характеризует состояния насыщения маховичной системы. Грани области S образуются за счет насыщения двух, ребра — трех, а вершины — четырех ЭДМ.

Объем $V = 64/3 (H^*)^3$ области S складывается из объема 12 правильных пирамид с общей вершиной O , высотой $b = (2\sqrt{2/3})H^*$ и площадью основания, равной площади одного ромба. Область S в форме ромбододекаэдра имеет максимальный объем среди всех областей S , соответствующих произвольным схемам установки четырех ЭДМ на КА.

Сравним минимально избыточную маховичную систему с традиционной системой из трех ЭДМ. Область S системы трех ЭДМ имеет форму куба с длиной сторон $2H^*$. Радиус описанной сферы равен $\sqrt{3}H^*$, а вписанной — H^* . Минимальный размер области S системы четырех ЭДМ в 1,63 раза больше минимального размера области S системы трех ЭДМ. По объему области S система трех ЭДМ уступает в 2,67 раза.

Соотношение $(R - r)/r$ характеризует «несферичность» области S [6]. Для системы трех ЭДМ эта величина составляет 0,73, а для системы четырех ЭДМ — 0,41.

Обозначим через H_r максимальный кинетический момент, создаваемый маховичной системой в направлении произвольного вектора r , а через H_Σ — арифметическую сумму максимальных кинетических моментов всех ЭДМ. Коэффициент $\kappa_r = H_r/H_\Sigma < 1$ характеризует эффективность использования кинетических моментов ЭДМ в направлении r . [3]. Для системы трех ЭДМ минимальный коэффициент κ_r равен $\kappa_{\min} = H_{\min}/3H^* \approx 0,33$, а для системы четырех ЭДМ $\kappa_{\min} = H_{\min}/4H^* \approx 0,41$.

Предположим, что в режиме стабилизации система разгрузки удерживает кинетический момент электромеханической системы внутри сферы с радиусом H_0 . В системе трех ЭДМ наиболее нагруженный ЭДМ может иметь кинетический

момент, равный H_0 , а в минимально избыточной системе эта величина в 1,63 раза меньше. Таким образом, применение минимально избыточной структуры исполнительных органов позволяет поднять ресурс ЭДМ за счет рационального распределения между ними общего кинетического момента, накапливаемого электромеханической системой. Дополнительно снижению интенсивности работы ЭДМ способствует уменьшение радиуса сферы H_0 . Это возможно за счет совершенствования системы разгрузки электромеханической системы от накопленного кинетического момента.

4. В избыточных маховичных системах возникает задача о распределении функций управления между отдельными ЭДМ. Полагаем, что ЭДМ — идеальное устройство, создающее на неподвижном основании управляющий момент $m_i = -\dot{H}_i$ в направлении h_i , равный сигналу управления λ_i . Вектор управляющего момента маховичной системы

$$M_0 = \sum_{i=1}^4 m_i h_i - \omega \times H$$

складывается из двух составляющих. Первое слагаемое характеризует вектор управляющего момента, создаваемый за счет изменения скорости вращения ЭДМ, или вектор управляющего момента маховичной системы, установленной на неподвижном основании. Второе слагаемое определяет гироскопический момент, возникающий при вращении ЭДМ вместе с КА с угловой скоростью ω .

Первое слагаемое можно представить в виде

$$M = Am \tag{4.1}$$

где A — матрица (3×4), элементами которой являются проекции установочных векторов h_i на оси $Oxyz$, $m = (m_1, m_2, m_3, m_4)$ — вектор, составленный из управляющих моментов ЭДМ.

С учетом (2.1), полагая $\alpha_i = \alpha$ и $\beta_{i+1} = \beta_i + \pi/2$, получим

$$A = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \cos \alpha & \cos \alpha & \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \end{vmatrix}$$

Если $\alpha = \arctg \sqrt{2}$ и $\beta = \pi/4$, то

$$A = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \tag{4.2}$$

Проекции вектора управляющего момента M на оси $Oxyz$ равны

$$M_x = (1/\sqrt{3})(m_1 + m_2 + m_3 + m_4), \quad M_y = (1/\sqrt{3})(m_1 - m_2 - m_3 + m_4)$$

$$M_z = (1/\sqrt{3})(m_1 + m_2 - m_3 - m_4)$$

Задача управления маховичной системой заключается в нахождении сигналов управления λ_i , обеспечивающих равенство вектора управляющего момента M вектору управления КА U . Полагаем, что вектор управления $U = (U_x, U_y, U_z)$ определен как функция угловых рассогласований и угловых скоростей КА и учитывает гироскопическую составляющую вектора управляющего момента $\omega \times H$. В системе трех ЭДМ поставленная задача решается тривиально: каждая компонента вектора управления реализуется одним ЭДМ.

Заменяя в (4.1) M на U и m_i на λ_i , получим систему трех алгебраических уравнений для вычисления четырех сигналов управления

$$A\lambda = U \tag{4.3}$$

или

$$\begin{aligned} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 &= \sqrt{3} U_x, \quad \lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 + \lambda_4 = \sqrt{3} U_y, \\ \lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4 &= \sqrt{3} U_z \end{aligned} \quad (4.4)$$

Поскольку число неизвестных λ_i превышает число уравнений, поставленная задача не имеет однозначного решения. Многообразие возможных решений позволяет найти сигналы управления, удовлетворяющие дополнителным условиям или оптимизирующие определенный показатель качества. Подобная задача решалась при разработке алгоритмов управления избыточных гиросиловых систем [7, 8] и, в частности, минимально избыточной системы гиросиловых [9] с той разницей, что вид матрицы A для гиросиловых систем зависит не только от схемы установки силовых гироскопов, но и от углов прецессии роторов. Наибольшее распространение получил критерий, минимизирующий квадрат модуля вектора управления λ [8]:

$$\sum_{i=1}^4 \lambda_i^2 = \min \quad (4.5)$$

В этом случае решение находится в виде [2, 8, 10]:

$$\lambda = A^T (AA^T)^{-1} U \quad (4.6)$$

Минимизация критерия (4.5) обеспечивается выполнением условия $\det(AA^T) = \max$. В гиросиловых системах это достигается настройкой углов прецессии роторов, в маховичной системе — выбором установочных углов α и β_i . Определятель максимален при установочных углах $\alpha = \arctg \sqrt{2}$ и $\beta_{i+1} = \beta_i + \pi/2$, обеспечивающих и максимальный объем области S .

С учетом (4.2) найдем искомое решение

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= (\sqrt{3}/4) (U_x + U_y + U_z), \quad \lambda_2 = (\sqrt{3}/4) (U_x - U_y + U_z) \\ \lambda_3 &= (\sqrt{3}/4) (U_x - U_y - U_z), \quad \lambda_4 = (\sqrt{3}/4) (U_x + U_y - U_z) \end{aligned} \quad (4.7)$$

5. Повышению ресурса ЭДМ способствует выполнение другого критерия, минимизирующего сумму квадратов кинетических моментов ЭДМ

$$\sum_{i=1}^4 H_i^2 = \min \quad (5.1)$$

Реализация этого критерия возможна за счет того, что в избыточных системах один и тот же вектор кинетического момента может быть получен при разных комбинациях кинетических моментов отдельных ЭДМ.

ЭДМ, комплекующие минимально избыточную систему, можно объединить в две типовые группы. Пара ЭДМ с нечетными номерами (фиг. 1) создает векторы управляющего M_{13} и кинетического H_{13} моментов в плоскости, образованной установочными векторами h_1 и h_3 . Другая пара с четными номерами создает векторы управляющего M_{24} и кинетического H_{24} моментов в ортогональной плоскости, образованной векторами h_2 и h_4 . По линии пересечения ортогональных плоскостей $n_1 = (h_2 \times h_4) \times (h_3 \times h_1)$ управляющие и кинетические моменты создаются двумя типовыми группами.

Введем в рассмотрение функцию настройки $N = M_{13} - M_{24}$, определяющую разность управляющих моментов, создаваемых первой и второй группами ЭДМ. Проекция вектора N на оси $Oxuz$ составят

$$N_x = (1/\sqrt{3}) (m_1 - m_2 + m_3 - m_4), \quad N_y = M_y, \quad N_z = -M_z$$

В этом случае вектор управляющего момента маховичной системы $M = M_{13} + M_{24}$ разделяется на две составляющие: $M_{13} = 1/2 (M + N)$, $M_{24} = 1/2 (M - N)$.

Одновременное задание M и N позволяет однозначно определить сигналы управления ЭДМ. Пусть $N = U^*$ — оптимальное значение функции настройки. Исходная система уравнений (4.4), дополненная уравнением настройки

$$\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_4 = \sqrt{3} U_x^* \quad (5.2)$$

распадается на две подсистемы

$$\lambda_1 + \lambda_3 = (\sqrt{3}/2) (U_x + U_x^*), \quad \lambda_2 + \lambda_4 = (\sqrt{3}/2) (U_x - U_x^*)$$

$$\lambda_1 - \lambda_3 = (\sqrt{3}/2) (U_y + U_z), \quad \lambda_2 - \lambda_4 = (\sqrt{3}/2) (U_z - U_y)$$

Отсюда будем иметь

$$\lambda_1 = (\sqrt{3}/4) (U_x + U_y + U_z + U_x^*), \quad \lambda_2 = (\sqrt{3}/4) (U_x - U_y + U_z - U_x^*)$$

$$\lambda_3 = (\sqrt{3}/4) (U_x - U_y - U_z + U_x^*), \quad \lambda_4 = (\sqrt{3}/4) (U_x + U_y - U_z - U_x^*) \quad (5.3)$$

Полученные соотношения отличаются от (4.7) наличием функции настройки U_x^* . Рассмотрим соображения по ее выбору. Кинетические моменты ЭДМ H_i однозначно определяют вектор кинетического момента маховичной системы

$$H = Ah \quad (5.4)$$

где $h = (H_1, H_2, H_3, H_4)$ — вектор, составленный из кинетических моментов ЭДМ H_i . Для избыточной системы обратное утверждение об однозначном соответствии несправедливо: каждому вектору H , расположенному внутри области S , соответствует множество комбинаций кинетических моментов H_i , удовлетворяющих равенству (5.4).

Если вектор H известен, то компоненты H_i должны удовлетворять матричному уравнению $Ah = H$. По аналогии с (4.3), (4.5) и (4.6) оптимальное решение h^* , минимизирующее критерий настройки (5.1), находится в виде

$$h^* = A^T (AA^T)^{-1} H$$

С учетом (4.2) кинетические моменты ЭДМ H_i^* , удовлетворяющие условию (5.1), вычисляются по формулам

$$H_1^* = (\sqrt{3}/4) (H_x + H_y + H_z), \quad H_2^* = (\sqrt{3}/4) (H_x - H_y + H_z)$$

$$H_3^* = (\sqrt{3}/4) (H_x - H_y - H_z), \quad H_4^* = (\sqrt{3}/4) (H_x + H_y - H_z) \quad (5.5)$$

Оптимальные векторы кинетических моментов двух типовых групп ЭДМ $H_{13}^* = H_1^* h_1 + H_3^* h_3$, $H_{24}^* = H_2^* h_2 + H_4^* h_4$ и вектор оптимальной разности между ними $\Delta^* = H_{13}^* - H_{24}^*$ согласно (5.5) и (2.2) имеют следующие проекции на оси $Oxuz$:

$$2H_{13}^* = (H_x, H_y + H_z, H_y + H_z), \quad 2H_{24}^* = (H_x, H_y - H_z, H_z - H_y)$$

$$\Delta^* = (0, H_z, H_y)$$

Обозначим через $\Delta = H_{13} - H_{24}$ вектор текущей разности кинетических моментов между группами. Контур настройки маховичной системы может быть сформирован по принципу пропорционального регулятора. В таком регуляторе скорость изменения текущей разности Δ устанавливается пропорционально рас-

согласованию $\Delta^* - \Delta = (H_{13}^* - H_{24}^*) - (H_{13} - H_{24})$ между оптимальной и фактической разностями. Поскольку

$$\Delta_x = (1/\sqrt{3}) [(H_1 + H_3) - (H_2 + H_4)], \quad \Delta_y = H_2, \quad \Delta_z = H_1$$

рассогласование имеет место только по оси x .

Уравнение настройки запишется в виде дифференциального уравнения первого порядка $\tau \dot{\Delta}_x + \Delta_x = 0$ (τ — постоянная времени) или с учетом $\lambda_i = -\dot{H}_i$:

$$\tau [(\lambda_1 + \lambda_3) - (\lambda_2 + \lambda_4)] + (1/\sqrt{3}) [(H_2 + H_4) - (H_1 + H_3)] = 0$$

Сравнивая эту запись с уравнением настройки (5.2), получим выражение для функции настройки $U_x^* = c (H_1 - H_2 + H_3 - H_4)$, где $c = 1/\tau$ — коэффициент, регулирующий скорость настройки маховичной системы.

Каждый сигнал управления (5.3), найденный совместным решением системы уравнений (4.4) и уравнения настройки (5.2), содержит две составляющие: одна определяет долю ЭДМ в создании результирующего вектора управления U , другая осуществляет настройку маховичной системы на заданный критерий оптимальности (5.1). Важно отметить, что в процессе настройки вектор кинетического момента маховичной системы остается постоянным, а кинетические моменты ЭДМ непрерывно регулируются в соответствии с уравнением настройки.

Таким образом, минимизация кинетических моментов ЭДМ, способствующая увеличению их ресурса, достигается в минимально избыточной маховичной системе структурными и алгоритмическими методами: за счет увеличения числа исполнительных органов, выбора рациональной схемы установки на КА, организации контура настройки. Система сохраняет работоспособность при отказе любого ЭДМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алексеев К. Б., Бебенин Г. Г. Управление космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1974. 343 с.
2. Карпачев Ю. А., Павловский М. А. Управление ориентацией космических аппаратов с произвольно-избыточной структурой одноосных электромаховичных двигателей//Космич. исследования. 1987. Т. 25. Вып. 4. С. 530—536.
3. Токарь Е. Н. О рациональном построении систем гиросиловых стабилизаторов//Космич. исследования. 1978. Т. 16. Вып. 1. С. 22—30.
4. Васильев В. Н. Исследование свойств системы двухстепенных силовых гироскопов//Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 5. С. 3—9.
5. Васильев В. Н., Вейнберг Д. М., Злдовечский С. И. Обобщенные характеристики гиросиловых систем управления//Космич. исследования. 1991. Т. 29. Вып. 2. С. 231—237.
6. Токарь Е. Н., Платонов В. Н. Исследование особых поверхностей систем безупорных гиродинов//Космич. исследования. 1978. Т. 16. Вып. 5. С. 675—685.
7. Сорокин А. В. Управление избыточным числом силовых гироскопов//Изв. АН СССР. МТТ. 1979. № 3. С. 3—6.
8. Токарь Е. Н., Легостаев В. П., Михайлов М. И., Платонов В. Н. Управление избыточными гиросиловыми системами//Космич. исследования. 1980. Т. 18. Вып. 2. С. 147—156.
9. Васильев В. Н., Вейнберг Д. М., Шереметьевский Н. Н. Управление угловым положением долговременной орбитальной станции при помощи двухстепенных силовых гироскопов//Изв. АН СССР. МТТ. 1978. № 5. С. 3—9.
10. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1966. 576 с.