

УДК 539.3

© 1996 г. С. А. АФАНАСЬЕВА, А. Н. БЕЛОБОРОДЬКО, В. А. ГРИГОРЯН,  
 В. Ф. ТОЛКАЧЕВ, В. Г. ТРУШКОВ

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С КЕРАМИЧЕСКИМ СЛОЕМ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ УДЛИНЕННЫМИ УДАРНИКАМИ

Керамические материалы, обладая высокой ударной твердостью и малым удельным весом, являются перспективными композитами для использования их в защитных преградах, где хрупкие керамические слои должны сочетаться с более пластичными элементами конструкции. Для выбора оптимальных параметров защитной преграды необходима полная информация о физике процесса пробития и разрушения. Такие данные могут быть получены с помощью численного моделирования ударного взаимодействия в сочетании с экспериментальными данными.

Для описания напряженно-деформированного состояния и разрушения взаимодействия тел в работе использована упругопластическая модель среды с учетом изменения пористости, служащей мерой повреждения материала. Предложен комбинированный подход к расчету разрушения [1], который включает в себя рассмотрение двух типов повреждения материала — отрывного и сдвигового, расчет деформации и дробления разрушенного материала и разлет осколков. Для численного решения задачи использована эйлерова методика расчета [2]. Отработка модели разрушения осуществлялась в непосредственной связи с экспериментом путем повторения его в численных расчетах.

**1. Постановка задачи.** Цилиндрический стержень — ударник диаметром  $d_0$  и длиной  $l_0$ , имеющий начальную скорость  $v_0$ , взаимодействует со слоистой цилиндрической преградой, состоящей из стальных и керамических пластин, жестко скрепленных по боковой поверхности. Скорость ударника направлена вдоль его оси и нормали к преграде. В предположении независимости всех искомых функций от угла  $\varphi$  цилиндрической системы координат  $(r, z, \varphi)$  основная система уравнений, записанная в виде интегральных законов сохранения массы, количества движения и энергии, для случая осевой симметрии имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \int_{\Omega} U d\Omega + \int_{\Gamma} (E \cdot n) d\Gamma + \int_{\Omega} H d\Omega = 0 \quad (1.1)$$

$$U = (\rho, \rho u_r, \rho u_z, E)^T; \quad H = (0, \sigma_{\varphi\varphi} r^{-1} 00)^T$$

$$F = (\rho u, \rho u_r u - \sigma_r, \rho u_z u - \sigma_z, E u - u_r \sigma_r - u_z \sigma_z)^T$$

$$E = \rho [\varepsilon + 1/2 (u_r^2 + u_z^2)]$$

где  $\rho$  — плотность материала,  $u$  — вектор массовой скорости с составляющими  $u_r$  и  $u_z$  по осям  $Or$  и  $Oz$  соответственно,  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия,  $n$  — внешняя нормаль к поверхности  $\Gamma$  некоторого объема  $\Omega$ ,  $\sigma_r$  и  $\sigma_z$  — векторы напряжений на площадках, перпендикулярных осям  $Or$  и  $Oz$  соответственно.

Компоненты тензора напряжений записываются в виде  $\sigma_{rr} = -P + S_r$ ,  $\sigma_{zz} = -P + S_z$ ,  $\sigma_{rz} = S_{rz}$ ,  $\sigma_{\varphi\varphi} = -P - (S_r + S_z)$ , где  $S_r$ ,  $S_z$ ,  $S_{rz}$  — компоненты девятатора тензора напряжений,  $P$  — давление.

Определяющие соотношения упругопластического материала, связывающие девиатор напряжения с девиатором скоростей деформации, имеют вид

$$D/Dt = (S_{ij}) + \lambda S_{ij} = 2\mu e_{ij} \quad (1.2)$$

где  $\mu$  — модуль сдвига. Символ  $D/Dt$  обозначает производную Яуманна. Компоненты девиатора скоростей деформации для случая осевой симметрии записываются следующим образом:

$$e_r = \partial u_r / \partial r - \theta, \quad e_{rz} = 1/2 (\partial u_z / \partial r + \partial u_r / \partial z) \quad (1.3)$$

$$e_z = \partial u_z / \partial z - \theta, \quad \theta = 1/3 \left[ \frac{1}{r} \partial (u_r r / \partial r + \partial u_z / \partial z) \right]$$

Параметр  $\lambda$ , входящий в систему (1.2) для упругих деформаций, равен нулю, при пластичном течении он определяется с помощью условия текучести Мизеса.

$$S_r^2 + S_z^2 + S_{rz}^2 + S_\theta^2 = 1/3 \sigma_s^2 \quad (1.4)$$

где  $\sigma_s$  — предел текучести материала.

Пористая среда представляется как двухкомпонентный, однородный и изотропный материал, состоящий из матрицы и сферических пор. Плотность такого материала задается с помощью параметра  $\alpha$ , называемого пористостью,  $\alpha = \rho_m / \rho$ , где  $\rho_m$  — плотность материала матрицы. Для построения уравнения состояния пористого материала используется  $(P - \alpha)$ -модель [3], суть которой состоит в том, что при пренебрежении поверхностной энергией пор и давлением содержащегося в них газа, уравнение состояния остается в том же виде, что и для материала матрицы. Эти уравнения состояния связаны соотношениями

$$P_m = f_m(\rho_m, \epsilon), \quad P = \alpha^{-1} f_m(\alpha \rho, \epsilon) \quad (1.5)$$

где  $P_m$  — давление в материале матрицы,  $P$  — давление в пористой среде. Здесь и далее все величины с индексом  $m$  относятся к материалу матрицы, без индекса — к пористому материалу. Модуль сдвига пористого материала задается равенством  $\mu = f(\mu_m, \alpha)$  [4].

Предел текучести пористого материала определяется аналогично  $\sigma_s = \sigma_{sm} \alpha^{-1}$ . Уравнение, описывающее изменение пористости при растяжении и сжатии, задается в виде конечного соотношения

$$P = \alpha^{-1} P_c(\alpha) \quad (1.6)$$

которое является аналогом дифференциального уравнения, приведенного в [4], и решается совместно с уравнением состояния (1.5). В зависимости от знака объемной деформации сферической поры функция  $P_c(\alpha)$  задается следующим образом:

$$P_c(\alpha) = 2/3 \sigma_{sm} \ln [\alpha (\alpha - 1)^{-1}] \quad \text{при } \Delta \alpha < 0, \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_* \quad (1.7)$$

$$P_c(\alpha) = -a_s \ln [\alpha (\alpha - 1)^{-1}] \quad \text{при } \Delta \alpha > 0, \alpha \leq \alpha_*$$

$$P_m = c_{0m}^2 (\rho_m - \rho_{0m}) + \gamma_0 \rho_m \epsilon$$

где  $\alpha_0$  — начальная пористость, практически равная единице для сплошного материала;  $\alpha_*$  — пористость в момент разрушения материала,  $a_s$  — параметр, характеризующий прочность материала на разрыв;  $\rho_{0m}$ ,  $c_{0m}$  и  $\gamma_0$  — константы материала.

Для замкнутой системы уравнений (1.1)–(1.7) ставится краевая задача. Начальные условия задаются следующим образом:

для всей области интегрирования

$$\rho(r, z, 0) = (\rho_{0m}/\alpha_0)_k, \quad \alpha(r, z, 0) = (\alpha_0)_k$$

$$\varepsilon(r, z, 0) = u_r(r, z, 0) = 0 \quad (1.8)$$

$$\sigma_{rr}(r, z, 0) = \delta_{zz}(r, z, 0) = \sigma_{rz}(r, z, 0) = 0$$

для ударника  $u_z(r, z, 0) = v_0$ ,

для преграды  $u_z(r, z, 0) = 0$ .

Здесь  $k = 1, \dots, g$ ;  $g$  — число взаимодействующих тел.

При расчете подвижных и неподвижных границ реализуются три типа граничных условий:

на свободной поверхности

$$\sigma_{nn}(r, z, t) = \sigma_{nt}(r, z, t) = 0 \quad (1.9)$$

на границе контакта со взаимным скольжением тел без трения

$$[u_n(r, z, t)] = [\sigma_{nt}(r, z, t)] = 0 \quad (1.10)$$

$$\sigma_{nt}(r, z, t) = 0$$

на границе жесткого крепления тел

$$u_n(r, z, t) = u_t(r, z, t) = 0 \quad (1.11)$$

Здесь квадратные скобки означают скачок заключенной в них величины при переходе через границу контакта, индекс  $n$  соответствует проекции на нормаль,  $t$  — на направление касательной к контуру границы. При расчете контактных границ в некоторых точках возможен переход граничных условий (1.10) в условия на свободной границе (1.9) и наоборот.

**2. Модель разрушения.** При моделировании разрушения учитываются два механизма повреждения твердых тел, отрывной и сдвиговой, работающих в зависимости от выполнения соответствующих условий при нагружении. Разрушение по типу отрыва рассматривается как процесс роста и слияния микропор под действием растягивающих напряжений. В качестве меры этих повреждений использована величина относительного объема пор  $\eta = (\alpha - 1) \alpha^{-1}$ .

При выполнении в некоторой точке среды условия

$$\eta \geq \eta_* \quad (2.1)$$

материал считается разрушенным. Здесь  $\eta_* = (\alpha_* - 1) \alpha_*^{-1}$  — критическое значение относительного объема пор. В зависимости от свойств среды от хрупкой до пластичной параметр  $\eta_*$  задается в интервале  $[0,01; 0,3]$ .

Величина растягивающего напряжения  $\sigma^p$ , необходимого для роста пор, зависит от текущей пористости и вычисляется по формуле (1.7):

$$\sigma^p = a_s \alpha^{-1} \ln [\alpha (\alpha - 1)^{-1}] \quad (2.2)$$

Начальная прочность материала на разрыв  $\sigma_0^p$  определяется из (2.2) при подстановке начальной пористости  $\alpha_0$ . Процесс роста пар в материале начинается при условии  $\sigma > \sigma_0^p$ , где  $\sigma = -P$  — шаровая часть тензора напряжения. Величина  $\sigma_0^p$  сопоставима с откольной прочностью твердых тел при одноосной деформации. Экспериментальные значения откольной прочности многих материалов приведены в [5] и используются в данных расчетах в качестве величины  $\sigma_0^p$ . Если таких данных нет, то параметры  $\sigma_0^p$  и  $a_s$  определяются путем привязки к эксперименту.

Для прогнозирования сдвиговых разрушений использован критерий, где мерой повреждения материала является удельная работа пластических деформаций  $A^p$ . При выполнении условия

Параметр Материал	$\rho_{0m}$	$c_{0m}$	$\mu_m$	$\sigma_{sm}$	$\epsilon_{0p}$	$\alpha_s$	$\alpha_0$	$\eta_*$	$A_*^p$	$\gamma_0$
1	3090	7710	155	5,0	1,4	0,25	1,0027	0,01	2	3,1
2	17140	4010	140	2,0	4,9	0,7	1,0009	0,3	150	2,45
3	7860	4510	79	0,5	3,0	0,4	1,0006	0,3	40	2,26
4	7850	4570	82	0,9	3,7	0,49	1,0006	0,3	60	2,26

$$A^p \geq A_*^p \quad (2.3)$$

где  $A_*^p$  — является критическим значением этой работы, материал считается разрушенным по типу сдвига. В численных расчетах приращение величины  $A^p$  на каждом временном шаге определяется по формуле [6]:

$$\Delta A^p = 1/3 \sigma_{sm} \mu^{-1} \rho^{-1} (\sqrt{3/2 J_2^e} - \sigma_s) \quad (2.4)$$

где  $J_2^e$  — второй инвариант нескорректированных компонент девиатора напряжений. Согласно (2.4) приращение работы пластических деформаций имеет место при каждом сносе компонент девиатора напряжений на поверхность текучести Мизеса.

После выполнения критерия (2.1) или (2.3) в некоторой точке все прочностные характеристики разрушенного материала скачкообразно уменьшаются до следующих значений:

$$\sigma_{s*} = k_1 \sigma_{sm} \alpha^{-1}, \quad \mu_* = k_1 \mu \quad (2.5)$$

$$\sigma_*^p = k_2 \sigma^p = \alpha_{s*} \alpha^{-1} \ln [\alpha (\alpha - 1)^{-1}]$$

где  $k_1$  и  $k_2$  задаются в интеграле [0,01; 0,5]. Параметры  $\sigma_{s*}$  и  $\mu_*$  определяют сдвиговые свойства разрушенной среды. Величина  $\sigma_*^p$  задает прочность сцепления между частицами этой среды и стремится к нулю при увеличении объема пор.

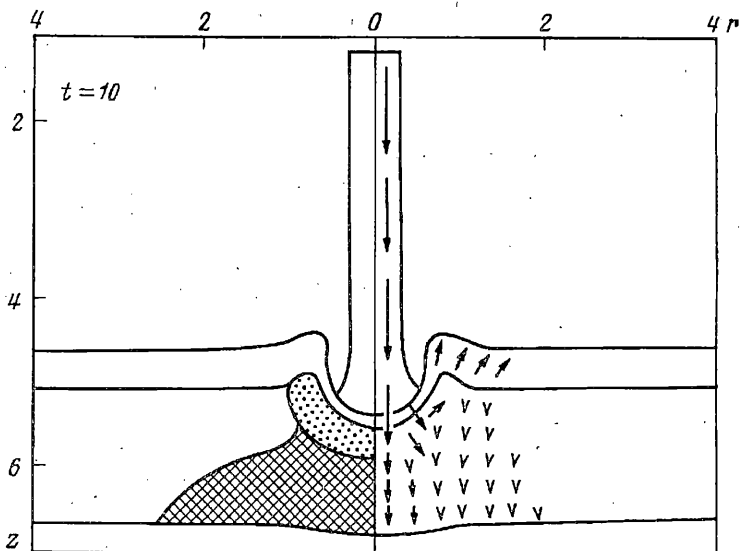
Разрушение керамических материалов имеет некоторые особенности из-за высокой хрупкости. Процесс накопления повреждений происходит практически мгновенно. Длительность этого процесса регулируется критическими параметрами  $\eta_*$  и  $A_*^p$ , которые для керамических материалов имеют очень низкое значение. К тому же из сопоставления эксперимента и расчета установлено, что критерии разрушения (2.1) и (2.3) не обеспечивают расчет повреждений в периферийной от оси пробития области. Здесь доминируют угловые растягивающие напряжения  $\sigma_{\varphi\varphi}$ , которые могут значительно превышать  $\sigma$ . Поэтому критерий разрушения (2.1) усиливается ограничением на наибольшее нормальное напряжение  $\sigma_{\max}$ . Предполагается, что при выполнении в некоторой точке материала условия

$$\sigma_{\max} \geq \sigma_*^p \quad (2.6)$$

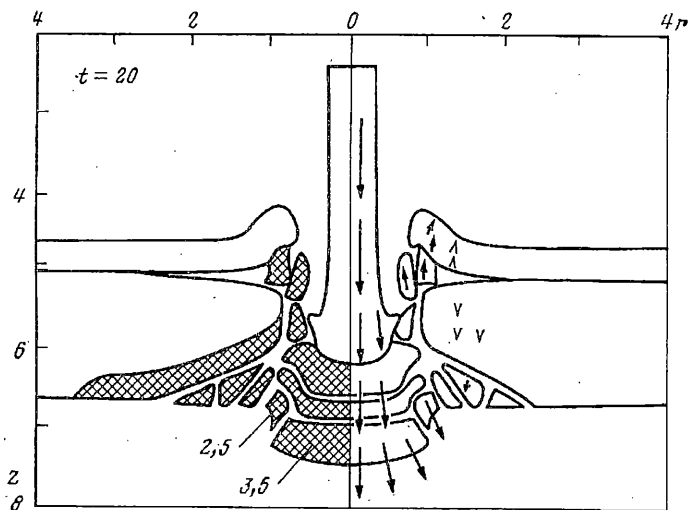
прочностные характеристики керамики снижаются в соответствии с соотношениями (2.5) и последующий рост пор, как правило, приводит к ее разрушению.

**3. Анализ результатов.** Численное решение системы уравнений (1.1)—(1.7) с начальными (1.8) и граничными (1.9)—(1.11) условиями проводилось по эйлеровой методике [2] с использованием конечно-разностной схемы Мак-Кормака и метода маркеров. Кроме того, в расчет включен алгоритм фрагментации материала на отдельные осколки.

Ниже представлены результаты двух вариантов численного моделирования процесса взаимодействия и проведено сравнение с полученными экспериментальными данными. В первом варианте цилиндрический ударник из высокоплотного сплава ВЖ диаметром  $d_0 = 6$  мм и длиной  $l_0 = 48$  мм с начальной



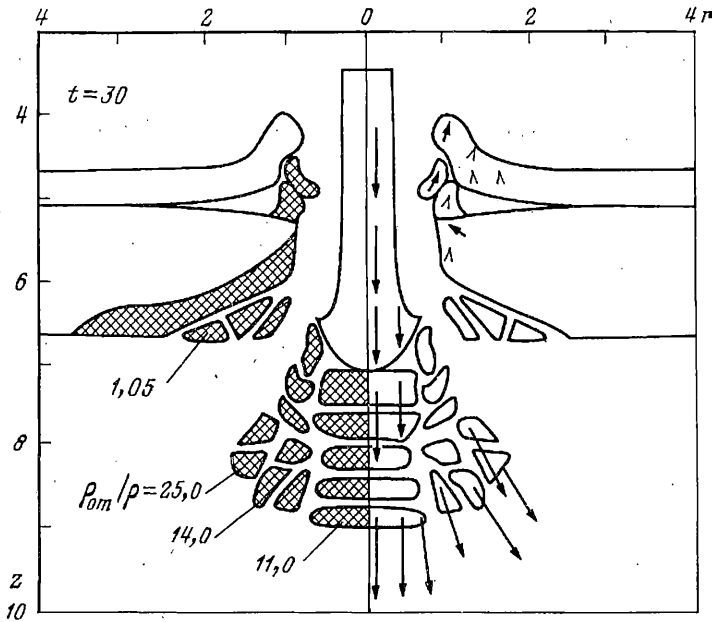
Фиг. 1



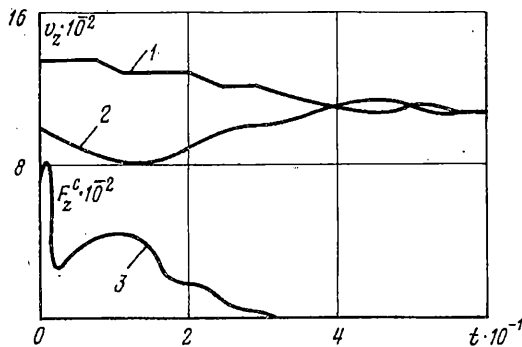
Фиг. 2

скоростью  $v_0 = 1345$  м/с взаимодействует с цилиндрической преградой диаметром 80 мм, которая состоит из лицевого стального слоя толщиной 4 мм и слоя керамики (карбид кремния) толщиной 15 мм. Во втором варианте при тех же геометрических размерах ударника и начальной скорости  $v_0 = 1357$  м/с преграда с тыльной стороны дополнена стальной пластиной толщиной 15 мм. Исходные параметры материалов, использованные в расчетах, приведены в таблице, в первой строке которой представлены параметры керамики, во второй — ВНЖ-90, в третьей — стали лицевого слоя, в четвертой — стали тыльного слоя. В процессе обработки модели разрушения некоторые параметры керамики корректировались.

Экспериментальные исследования взаимодействия ударника с преградой проводились на стенде, включающем в себя гладкоствольную баллистическую установку, трассу, оснащенную измерительной синхронизирующей и регистрирующей аппаратурой, и пулеприемник. Динамика процесса высокоскоростного взаимодействия ударника с преградами регистрировалась рентгеноимпульсным методом и высокоскоростной покадровой съемкой. В экс-



Фиг. 3



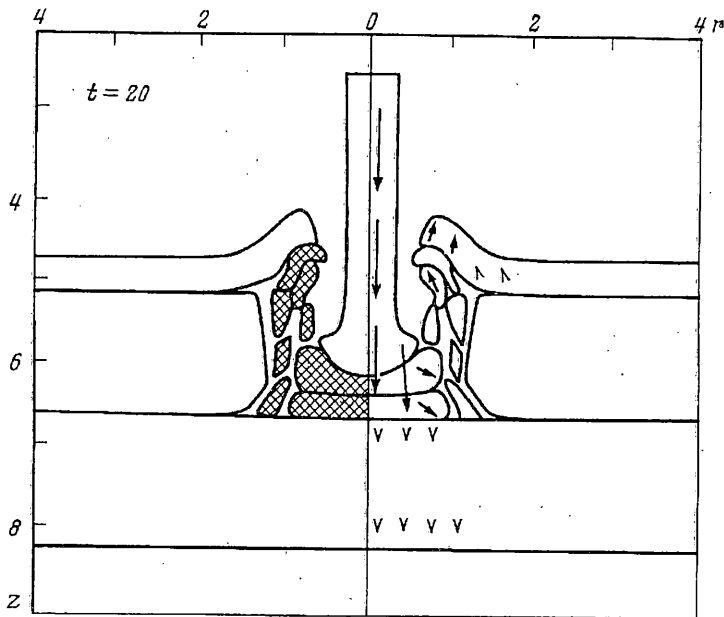
Фиг. 4

перименте фиксировалась начальная скорость ударника и скорость его остатка за преградой с точностью до 1%, остаточная длина ударника.

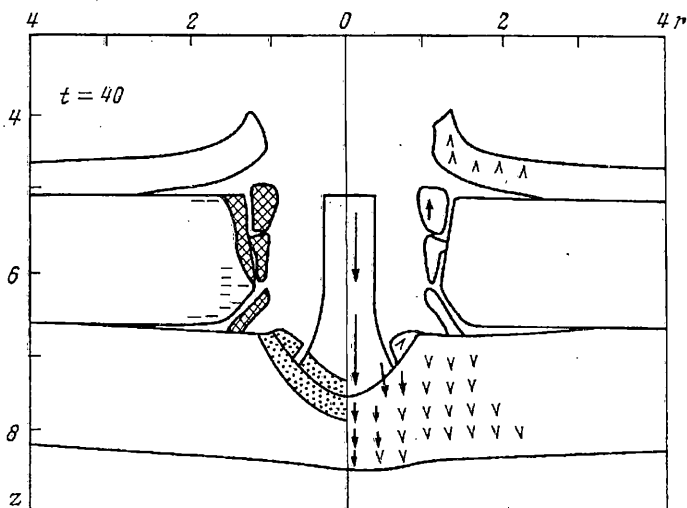
Получены рентгенограммы процесса деформирования и разрушения ударника и преграды в различные моменты взаимодействия.

На фиг. 1—3 представлены хронограммы процесса взаимодействия ударника с преградой первого варианта задачи в последовательные моменты времени. Здесь точками обозначена область, где выполнено условие разрушения по сдвигу, двойной штриховкой — область, где также выполнено условие отрывных разрушений. Справа от оси симметрии показано поле массовых скоростей, где масштаб стрелки длиной 10 мм соответствует массовой скорости 1000 м/с.

К моменту времени 10 мкс (фиг. 1) ударник практически прошел лицевой стальной слой и в керамике уже сформировалась область разрушения. Причиной повреждения керамического материала при  $r/d_0 > 2$  является выполнение условия (2.6), когда процесс накопления пор достигает предельного значения и последующий рост пор приводит к разрушению, а роль  $\sigma_{\max}$  играют угловые растягивающие напряжения  $\sigma_{\text{фр}}$ . На последующих хронограммах, фиг. 2 и 3, наблюдается дробление керамического слоя на осколки в периферийных от оси



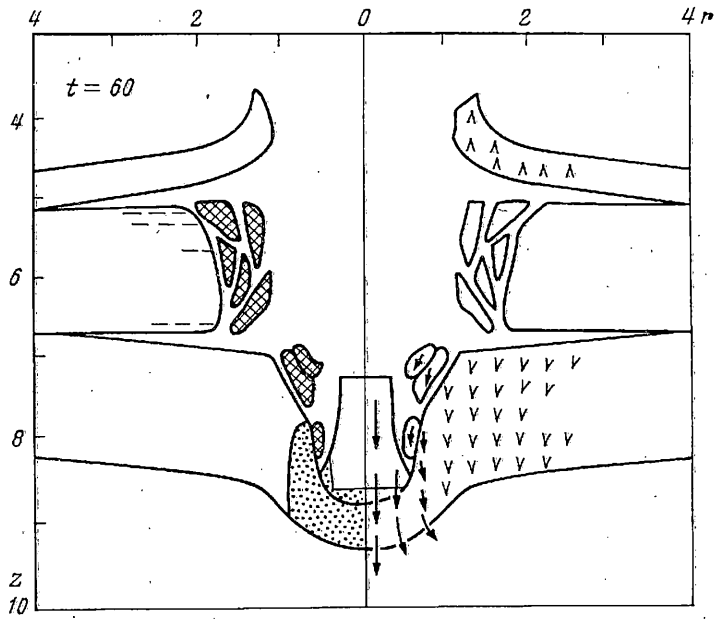
Фиг. 5



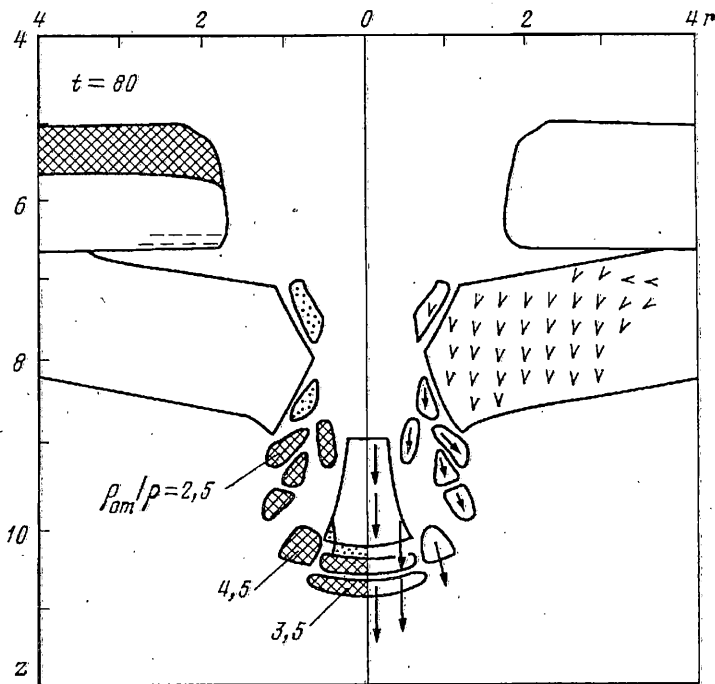
Фиг. 6

зонах и разрушение откольного типа под ударником, причем скорость разлета образовавшихся фрагментов различна по величине и направлению. Увеличение удельного объема осколков во времени за счет роста пор можно проследить по величине  $\rho_{0m} \rho^{-1}$ . Среднее значение этого параметра для некоторых фрагментов керамики численно приведено на хронограммах. Увеличение численных значений удельного объема во времени показывает, что запреградное осколочное облако разрушенной керамики представляет собой множество фрагментов очень низкой плотности, практически облако пыли. Подобные результаты получены и в эксперименте при рентгеноимпульсной съемке данного процесса.

На фиг. 4 представлены зависимость скорости заднего торца ударника (кривая



Фиг. 7



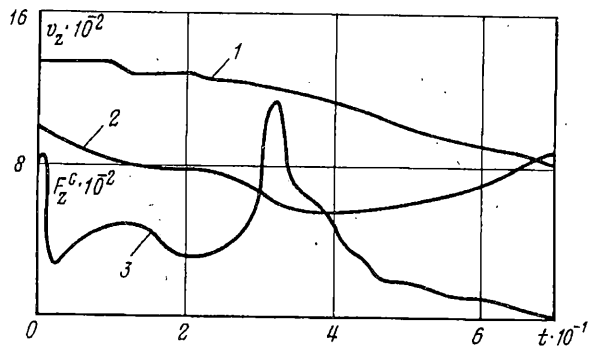
Фиг. 8

1) и скорости контактной поверхности (кривая 2) от времени. Кривая 3 характеризует силу осевого сопротивления преграды

$$F_z = \int_{\Gamma_k} \sigma_{nz} d\Gamma$$

$\Gamma_k$  — площадь поверхности контакта ударника и преграды,  $\sigma_{nz}$  — проекция вектора напряжений на ось Oz.





Фиг. 9

Ярко выраженные ступеньки на кривой 1 соответствуют отражениям упругих волн в стержне от его лицевого торца. Падение скорости контактной поверхности наблюдается до времени 13 мкс, а сила сопротивления достигает своей максимальной величины. И с этого момента отмечается интенсивное разрушение керамического слоя. Это объясняет увеличение скорости контактной поверхности и падение силы сопротивления в последующие моменты времени. Скорости в ударнике выравниваются к 40 мкс, а сила сопротивления падает до нулевого значения (практически отсутствует). Расчетная скорость ударника после пробития двухслойной сборки за керамическим слоем составила  $v_p v_0^{-1} = 0,80$ , а остаточная длина ударника —  $l_p l_0^{-1} = 0,73$ . Полученные экспериментальные данные при соответствующих условиях взаимодействия по остаточной скорости составили  $v_3 v_0^{-1} = 0,83$  и остаточной длине —  $l_3 l_0^{-1} = 0,77$ . Наблюдается удовлетворительное согласование полученных расчетных величин с экспериментальными данными.

Хронограммы процесса взаимодействия ударника с преградой второго варианта в фиксированные моменты времени иллюстрируют фиг. 5—9. Можно отметить, что в момент времени 10 мкс интенсивность разрушения керамического слоя в этом случае несколько ниже, чем в предыдущем варианте, что объясняется его работой в условиях сжатия из-за стальной подложки с тыльной стороны. Ко времени 20 мкс (фиг. 5) процесс разрушения керамического слоя почти идентичен в обоих вариантах, а отличие заключается в уплотнении керамики под ударником, в то время как в первом варианте наблюдается разлет осколков керамики и дальнейший рост пор. К моменту времени 27 мкс ударник полностью проходит керамический слой и взаимодействует со стальным слоем. Заключительный этап взаимодействия характерен тем, что тыльный стальной слой разрушается за счет сдвиговых пластических деформаций, а рост пор происходит позже, в разлетающихся осколках (фиг. 7, 8), где осколки ударника обозначены более мелкой штриховкой.

Зависимость скорости заднего конца стержня (фиг. 9, кривая 1) на начальном участке идентична соответствующей зависимости предыдущего варианта, а в дальнейшем характеризуется более резким снижением из-за торможения в тыльном стальном слое. Идентично растянуто по времени и падение скорости контактной поверхности. Сила осевого сопротивления  $F_z^c$  (кривая 3) имеет дополнительный максимум, соответствующий началу проникания ударника в тыльный стальной слой и объясняет усиление торможения переднего конца ударника (кривая 2). Нагрузки, испытываемые при этом в головной части ударника, приводят к его частичному разрушению за счет сдвиговых пластических деформаций. Выравнивание скоростей переднего и тыльного торцов ударника наблюдается к моменту времени 70 мкс и после этого считается, что процесс пробития преграды закончен. Расчетная скорость ударника за трехслойной преградой составила  $v_p v_0^{-1} = 0,57$ , а остаточная длина  $l_p l_0^{-1} = 0,26$  от величин

начальных значений. Экспериментальные данные при соответствующих условиях характеризуются следующими значениями:  $v_3 v_0^{-1} = 0,65$ ,  $l_3 l_0^{-1} = 0,24$ . Можно отметить удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных.

Таким образом, согласование расчетных и экспериментальных данных позволяет сделать вывод о применимости данной расчетной методики к решению задачи пробития слоистой преграды, содержащей керамический материал. Путем изменения входных параметров можно моделировать разрушение пластичных и хрупких материалов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толкачев В. Ф., Трушков В. Г. Математическое моделирование сдвиговых и откольных разрушений при ударном взаимодействии упругопластических тел//Хим. физика. 1993. Т. 12. Вып. 2. С. 170—174.
2. Ефремова Л. В., Корнеев А. И., Трушков В. Г. Численное моделирование процесса деформации конической облицовки//Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23. № 2. С. 110—115.
3. Carrol H. M., Holt A. C. Static and dynamic porocollapse relations of ductile porose materials//J. Appl. Phys. 1972. V. 43. № 4. P. 1626—1635.
4. Jonson J. N. Dynamic fracture and spallation in ductile solids//J. Appl. Phys. 1981. V. 52. № 4. P. 2812—2825.
5. Бушман А. В., Канель Г. И., Ни А. Л., Фортюв В. Е. Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий. Черноголовка: Изд. ИХФ АН СССР. 1988. 198 с.
6. Майнчен Д., Сак С. Метод расчета «Тензор»//Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 185—211.

Москва, Томск

Поступила в редакцию  
16.VI.1994